Propiedades semánticas de $\mathcal{T}$

José de Jesús Lavalle Martínez
`http://aleteya.cs.buap.mx/~jlavalle/`

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
Licenciatura en Ciencias de la Computación
Fundamentos de Lenguajes de Programación
CCOS 255

Contenido

Definición 1

La **relación de evaluación en un paso** $\rightarrow$ sobre los términos de $\mathcal{T}$ está definida mediante las siguientes reglas:

$$\frac{}{\text{if true then } \mathrm{t}_2 \text{ else } \mathrm{t}_3 \rightarrow \mathrm{t}_2}\ \textsc{E-IfTrue} \qquad \frac{}{\text{if false then } \mathrm{t}_2 \text{ else } \mathrm{t}_3 \rightarrow \mathrm{t}_3}\ \textsc{E-IfFalse}$$

$$\frac{\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t'}_1}{\text{if } \mathrm{t}_1 \text{ then } \mathrm{t}_2 \text{ else } \mathrm{t}_3 \rightarrow \text{if } \mathrm{t'}_1 \text{ then } \mathrm{t}_2 \text{ else } \mathrm{t}_3}\ \textsc{E-If} \qquad \frac{\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t'}_1}{\text{succ } \mathrm{t}_1 \rightarrow \text{succ } \mathrm{t'}_1}\ \textsc{E-Succ}$$

$$\frac{}{\text{pred } 0 \rightarrow 0}\ \textsc{E-PredZero} \qquad \frac{}{\text{pred (succ } \mathrm{nv}_1) \rightarrow \mathrm{nv}_1}\ \textsc{E-PredSucc}$$

$$\frac{\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t'}_1}{\text{pred } \mathrm{t}_1 \rightarrow \text{pred } \mathrm{t'}_1}\ \textsc{E-Pred} \qquad \frac{}{\text{iszero } 0 \rightarrow \text{true}}\ \textsc{E-IszeroZero}$$

$$\frac{}{\text{iszero (succ } \mathrm{nv}_1) \rightarrow \text{false}}\ \textsc{E-IszeroSucc} \qquad \frac{\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t'}_1}{\text{iszero } \mathrm{t}_1 \rightarrow \text{iszero } \mathrm{t'}_1}\ \textsc{E-IsZero}$$

Teorema 2 (La evaluación en un paso es determinista)

Si $\mathrm{t} \rightarrow \mathrm{t}'$ y $\mathrm{t} \rightarrow \mathrm{t}''$ entonces $\mathrm{t}' = \mathrm{t}''$.

La evaluación en un paso es determinista I

Teorema 2 (La evaluación en un paso es determinista)

Si $\mathrm{t} \to \mathrm{t}'$ y $\mathrm{t} \to \mathrm{t}''$ entonces $\mathrm{t}' = \mathrm{t}''$.

Demostración: Sobre la estructura de t.

La evaluación en un paso es determinista I

Teorema 2 (La evaluación en un paso es determinista)

Si $\mathrm{t} \to \mathrm{t}'$ y $\mathrm{t} \to \mathrm{t}''$ entonces $\mathrm{t}' = \mathrm{t}''$.

Demostración: Sobre la estructura de t.

- $\mathrm{t} = \mathrm{if}\ \mathrm{t}_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3$.

La evaluación en un paso es determinista I

Teorema 2 (La evaluación en un paso es determinista)

Si $\mathrm{t} \to \mathrm{t}'$ y $\mathrm{t} \to \mathrm{t}''$ entonces $\mathrm{t}' = \mathrm{t}''$.

Demostración: Sobre la estructura de t.

- $\mathrm{t} = \mathrm{if}\ \mathrm{t}_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3$.
  - Si $\mathrm{t}_1 = \mathrm{true}$ evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-IfTrue}}{\to} \mathrm{t}_2$. Note que no se puede aplicar E-IfFalse ya que $\mathrm{t}_1 \neq \mathrm{false}$, tampoco podemos aplicar E-If ya que esta regla tiene como premisa evaluar a t_1, pero no existe alguna regla de evaluación en un paso para true, así evaluando nuevamente a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-IfTrue}}{\to} \mathrm{t}_2$, claramente $\mathrm{t}_2 = \mathrm{t}_2$.

Teorema 2 (La evaluación en un paso es determinista)

Si $\mathrm{t} \to \mathrm{t}'$ y $\mathrm{t} \to \mathrm{t}''$ entonces $\mathrm{t}' = \mathrm{t}''$.

Demostración: Sobre la estructura de t.

- $\mathrm{t} = \mathrm{if}\ \mathrm{t}_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3$.

    - Si $\mathrm{t}_1 = \mathrm{false}$ evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-IfFalse}}{\to} \mathrm{t}_3$. Note que no se puede aplicar E-IfTrue ya que $\mathrm{t}_1 \neq \mathrm{true}$, tampoco podemos aplicar E-If ya que esta regla tiene como premisa evaluar a t_1, pero no existe alguna regla de evaluación en un paso para false, así evaluando nuevamente a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-IfFalse}}{\to} \mathrm{t}_3$, claramente $\mathrm{t}_3 = \mathrm{t}_3$.

La evaluación en un paso es determinista II

- $\mathrm{t} = \mathrm{if}\ \mathrm{t}_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3.$
  - Si $\mathrm{t}_1 \neq \mathrm{true}$ y $\mathrm{t}_1 \neq \mathrm{false}$ entonces evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \stackrel{\text{E-IF}}{\rightarrow} \mathrm{if}\ \mathrm{t}'_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3$ al aplicar la regla $\dfrac{\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}'_1}{\mathrm{if}\ \mathrm{t}_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3 \rightarrow \mathrm{if}\ \mathrm{t}'_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3}\ \text{E-IF}$. Si volvemos a evaluar a t obtenemos $\mathrm{t} \stackrel{\text{E-IF}}{\rightarrow} \mathrm{if}\ \mathrm{t}''_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3$ por la misma regla E-IF, aplicando la hipótesis de inducción a $\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}'_1$ y $\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}''_1$ tenemos que $\mathrm{t}'_1 = \mathrm{t}''_1$. Por lo tanto tenemos que:

$$\mathrm{if}\ \mathrm{t}'_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3 = \mathrm{if}\ \mathrm{t}''_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3.$$

La evaluación en un paso es determinista III

- $\mathrm{t} = \mathrm{succ}\ \mathrm{t}_1$ entonces evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-Succ}}{\rightarrow} \mathrm{succ}\ \mathrm{t}'_1$ al aplicar la regla $\dfrac{\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}'_1}{\mathrm{succ}\ \mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{succ}\ \mathrm{t}'_1}$ E-Succ. Si volvemos a evaluar a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-Succ}}{\rightarrow} \mathrm{succ}\ \mathrm{t}''_1$ por la misma regla E-Succ, aplicando la hipótesis de inducción a $\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}'_1$ y $\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}''_1$ tenemos que $\mathrm{t}'_1 = \mathrm{t}''_1$. Por lo tanto tenemos que:

$$\mathrm{succ}\ \mathrm{t}' = \mathrm{succ}\ \mathrm{t}''.$$

La evaluación en un paso es determinista IV

- $\mathrm{t} = \mathrm{pred}\ \mathrm{t}_1$.
  - Si $\mathrm{t}_1 = 0$ evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-PredZero}}{\rightarrow} 0$. Note que no se puede aplicar E-PredSucc ya que $\mathrm{t}_1 \neq (\mathrm{succ}\ \mathrm{nv}_1)$, tampoco podemos aplicar E-Pred ya que esta regla tiene como premisa evaluar a t_1, pero no existe alguna regla de evaluación en un paso para 0, así evaluando nuevamente a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-PredZero}}{\rightarrow} 0$, claramente $0 = 0$.

La evaluación en un paso es determinista IV

- $\mathrm{t} = \mathrm{pred}\ \mathrm{t}_1$.

  - Si $\mathrm{t}_1 = (\mathrm{succ}\ \mathrm{nv}_1)$ evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-PredSucc}}{\rightarrow} \mathrm{nv}_1$. Note que no se puede aplicar E-PredZero ya que $\mathrm{t}_1 \neq 0$, tampoco podemos aplicar E-Pred ya que esta regla tiene como premisa evaluar a t_1, pero no existe alguna regla de evaluación en un paso para $(\mathrm{succ}\ \mathrm{nv}_1)$ (aquí es importante aclarar que existe la regla para $\mathrm{succ}\ \mathrm{t}_1$, es decir el sucesor de un término, no del valor numérico nv_1), así evaluando nuevamente a t obtenemos $\mathrm{t} \overset{\text{E-PredSucc}}{\rightarrow} \mathrm{nv}_1$, claramente $\mathrm{nv}_1 = \mathrm{nv}_1$.

- $\mathrm{t} = \mathrm{pred}\ \mathrm{t}_1$.
  - Si $\mathrm{t}_1 \neq 0$ y $\mathrm{t}_1 \neq (\mathrm{succ}\ \mathrm{nv}_1)$ entonces evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \stackrel{\text{E-PRED}}{\rightarrow} \mathrm{pred}\ \mathrm{t}'_1$ al aplicar la regla $\dfrac{\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}'_1}{\mathrm{pred}\ \mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{pred}\ \mathrm{t}'_1}$ E-PRED. Si volvemos a evaluar a t obtenemos $\mathrm{t} \stackrel{\text{E-PRED}}{\rightarrow} \mathrm{pred}\ \mathrm{t}''_1$ por la misma regla E-PRED, aplicando la hipótesis de inducción a $\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}'_1$ y $\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}''_1$ tenemos que $\mathrm{t}'_1 = \mathrm{t}''_1$. Por lo tanto tenemos que:

$$\mathrm{pred}\ \mathrm{t}' = \mathrm{pred}\ \mathrm{t}''.$$

La evaluación en un paso es determinista VI

- $\mathrm{t} = \mathrm{iszero}\ \mathrm{t}_1$.
  - Si $\mathrm{t}_1 = 0$ evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \xrightarrow{\text{E-IszeroZero}} \mathrm{true}$. Note que no se puede aplicar E-IszeroSucc ya que $\mathrm{t}_1 \neq (\mathrm{succ}\ \mathrm{nv}_1)$, tampoco podemos aplicar E-IsZero ya que esta regla tiene como premisa evaluar a t_1, pero no existe alguna regla de evaluación en un paso para 0, así evaluando nuevamente a t obtenemos $\mathrm{t} \xrightarrow{\text{E-IszeroZero}} \mathrm{true}$, claramente $\mathrm{true} = \mathrm{true}$.

La evaluación en un paso es determinista VI

- $\mathrm{t} = \mathrm{iszero}\ \mathrm{t}_1$.

  - Si $\mathrm{t}_1 = (\mathrm{succ}\ \mathrm{nv}_1)$ evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \stackrel{\text{E-IszeroSucc}}{\rightarrow} \mathrm{false}$. Note que no se puede aplicar E-IszeroZero ya que $\mathrm{t}_1 \neq 0$, tampoco podemos aplicar E-IsZero ya que esta regla tiene como premisa evaluar a t_1, pero no existe alguna regla de evaluación en un paso para $(\mathrm{succ}\ \mathrm{nv}_1)$ (aquí es importante aclarar que existe la regla para $\mathrm{succ}\ \mathrm{t}_1$, es decir el sucesor de un término, no del valor numérico nv_1), así evaluando nuevamente a t obtenemos $\mathrm{t} \stackrel{\text{E-IszeroSucc}}{\rightarrow} \mathrm{false}$, claramente $\mathrm{false} = \mathrm{false}$.

La evaluación en un paso es determinista VII

- $\mathrm{t} = \mathrm{iszero\ t_1}$.
  - Si $\mathrm{t_1} \neq 0$ y $\mathrm{t_1} \neq (\mathrm{succ\ nv_1})$ entonces evaluando a t obtenemos $\mathrm{t} \stackrel{\text{E-IsZero}}{\to} \mathrm{iszero\ t'_1}$ al aplicar la regla $\dfrac{\mathrm{t_1} \to \mathrm{t'_1}}{\mathrm{iszero\ t_1} \to \mathrm{iszero\ t'_1}}$ E-IsZero. Si volvemos a evaluar a t obtenemos $\mathrm{t} \stackrel{\text{E-IsZero}}{\to} \mathrm{iszero\ t''_1}$ por la misma regla E-IsZero, aplicando la hipótesis de inducción a $\mathrm{t_1} \to \mathrm{t'_1}$ y $\mathrm{t_1} \to \mathrm{t''_1}$ tenemos que $\mathrm{t'_1} = \mathrm{t''_1}$. Por lo tanto tenemos que:

$$\mathrm{iszero\ t'} = \mathrm{iszero\ t''}.$$

Valores

Definición 3

Los **valores** del lenguaje $\mathcal{T}$ están dados por la siguiente gramática:

$$\begin{aligned} \text{v} &::= \text{true}|\text{false}|\text{nv} \\ \text{nv} &::= 0|\text{succ nv} \end{aligned}$$

Forma normal

Definición 4

Un término t está en **forma normal** si ninguna regla de evaluación se puede aplicar a él, es decir, si no existe t' tal que $\mathrm{t} \rightarrow \mathrm{t}'$. También decimos que "$\mathrm{t}$ es una forma normal" como abreviatura de "t es un término en forma normal".

Todo valor está en forma normal

Teorema 5

Todo valor v está en forma normal.

Demostración: Por casos de acuerdo a la forma de v, siguiendo la Definición 3.

- $\mathrm{v} = \mathrm{true}$. Como se puede observar en la Definición 1 no existe ninguna regla de evaluación cuyo lado izquierdo empate con true, por lo tanto true está en forma normal.

Todo valor está en forma normal

Teorema 5

Todo valor v está en forma normal.

Demostración: Por casos de acuerdo a la forma de v, siguiendo la Definición 3.

- $\mathrm{v} = \mathrm{false}$. Como se puede observar en la Definición 1 no existe ninguna regla de evaluación cuyo lado izquierdo empate con false, por lo tanto false está en forma normal.

Todo valor está en forma normal

Teorema 5

Todo valor v está en forma normal.

Demostración: Por casos de acuerdo a la forma de v, siguiendo la Definición 3.

- $\mathrm{v} = 0$. Como se puede observar en la Definición 1 no existe ninguna regla de evaluación cuyo lado izquierdo empate con 0, por lo tanto 0 está en forma normal.

Todo valor está en forma normal

Teorema 5

Todo valor v está en forma normal.

Demostración: Por casos de acuerdo a la forma de v, siguiendo la Definición 3.

- $\mathrm{v} = \mathrm{succ\ nv}$. Como se puede observar en la Definición 1 SÍ existe una regla cuyo lado izquierdo empata con $\mathrm{succ\ nv}$, por lo tanto $\mathrm{succ\ nv}$ NO está en forma normal.

Todo valor está en forma normal

Teorema 5

Todo valor v está en forma normal.

Demostración: Por casos de acuerdo a la forma de v, siguiendo la Definición 3.

- $\mathrm{v} = \mathrm{true}$. Como se puede observar en la Definición 1 no existe ninguna regla de evaluación cuyo lado izquierdo empate con true, por lo tanto true está en forma normal.
- $\mathrm{v} = \mathrm{false}$. Como se puede observar en la Definición 1 no existe ninguna regla de evaluación cuyo lado izquierdo empate con false, por lo tanto false está en forma normal.
- $\mathrm{v} = 0$. Como se puede observar en la Definición 1 no existe ninguna regla de evaluación cuyo lado izquierdo empate con 0, por lo tanto 0 está en forma normal.
- $\mathrm{v} = \mathrm{succ\ nv}$. Como se puede observar en la Definición 1 SÍ existe una regla cuyo lado izquierdo empata con $\mathrm{succ\ nv}$, por lo tanto $\mathrm{succ\ nv}$ NO está en forma normal.

Toda forma normal es un valor I

Teorema 6

Si t está en forma normal entonces t es un valor.

Teorema 6

Si t está en forma normal entonces t es un valor.

Demostración: Usaremos la contrapositiva para hacer la demostración, es decir, demostraremos que si t no es un valor entonces t no está en forma normal.

Toda forma normal es un valor I

Teorema 6

Si t está en forma normal entonces t es un valor.

Demostración: Usaremos la contrapositiva para hacer la demostración, es decir, demostraremos que si t no es un valor entonces t no está en forma normal.

- Si $\mathrm{t} = \mathrm{if}\ \mathrm{t}_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3$ entonces se pueden aplicar alguna de las reglas de evaluación E-IfTrue, E-IfFalse o E-If, por lo tanto t no está en forma normal.

Toda forma normal es un valor I

Teorema 6

Si t está en forma normal entonces t es un valor.

Demostración: Usaremos la contrapositiva para hacer la demostración, es decir, demostraremos que si t no es un valor entonces t no está en forma normal.

- Si $\mathrm{t} = \mathrm{pred}\ \mathrm{t}_1$ entonces se pueden aplicar alguna de las reglas de evaluación $\textsc{E-PredZero}$, $\textsc{E-PredSucc}$ o $\textsc{E-Pred}$, por lo tanto t no está en forma normal.

Toda forma normal es un valor II

- Si $\mathrm{t} = \mathrm{iszero}\ \mathrm{t}_1$ entonces se pueden aplicar alguna de las reglas de evaluación E-IszeroZero, E-IszeroSucc o E-IsZero, por lo tanto t no está en forma normal.

- Si $\mathrm{t} = \mathrm{succ}\ \mathrm{t}_1$ podemos aplicar la regla $\mathrm{E\text{-}S{\small UCC}}$ y por lo tanto concluiríamos que t no está en forma normal. Note que aquí tenemos ambigüedad ya que de acuerdo con la Definición 3 $\mathrm{succ}\ \mathrm{nv}$ es un valor el cual es un caso especial de $\mathrm{succ}\ \mathrm{t}_1$. Es decir, un valor númerico nv o es 0 o es la composición de un número arbitrario de succs aplicados a 0. Mientras que $\mathrm{succ}\ \mathrm{t}_1$ es la aplicación de succ a cualquier término en $\mathcal{T}$.

Definición 7

La relación de **evaluación en múltiples pasos** $\rightarrow^*$ es la cerradura reflexiva y transitiva de la relación de evaluación en un paso. Es decir es la relación más pequeña que cumple las siguientes reglas.

$$\frac{}{\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{t}}$$

$$\frac{\mathrm{t} \rightarrow \mathrm{t}'}{\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{t}'}$$

$$\frac{\mathrm{t} \rightarrow \mathrm{t}'' \quad \mathrm{t}'' \rightarrow^* \mathrm{t}'}{\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{t}'}$$

Teorema 8

Sean u y u' formas normales, si $\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{u}$ y $\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{u}'$ entonces $\mathrm{u} = \mathrm{u}'$.

Demostración: Por inducción sobre la definición de evaluación en múltiples pasos (Definición 7).

- $\overline{\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{t}}$, tenemos que $\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{u}$, lo cual significa que u se derivó en cero pasos, por lo tanto $\mathrm{t} = \mathrm{u}$. Si volvemos a evaluar tenemos que $\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{u}'$, así necesariamente $\mathrm{t} = \mathrm{u}'$, pero $\mathrm{t} = \mathrm{u}$, por lo tanto $\mathrm{u} = \mathrm{u}'$.

Determinismo de formas normales I

Teorema 8

Sean u y u' formas normales, si $\mathrm{t} \to^* \mathrm{u}$ y $\mathrm{t} \to^* \mathrm{u}'$ entonces $\mathrm{u} = \mathrm{u}'$.

Demostración: Por inducción sobre la definición de evaluación en múltiples pasos (Definición 7).

- $\dfrac{\mathrm{t} \to \mathrm{t}'}{\mathrm{t} \to^* \mathrm{t}'}$, tenemos que $\mathrm{t} \to^* \mathrm{u}$, lo cual significa que u se derivó en un paso. Si volvemos a evaluar tenemos que $\mathrm{t} \to^* \mathrm{u}'$, pero como la evaluación en un paso es determinista, entonces $\mathrm{u} = \mathrm{u}'$.

Determinismo de formas normales II

- $\dfrac{t \to t'' \quad t'' \to^* t'}{t \to^* t'}$, tenemos que $t \to^* u$, lo cual significa que u se derivó en dos pasos o más, pero eso es gracias a que $t \to t''$ y $t'' \to^* u$. Si volvemos a evaluar tenemos que $t \to^* u'$, pero eso es gracias a que $t \to t'''$ y $t''' \to^* u'$. Como la evaluación en un paso es determinista tenemos que $t'' = t'''$, ahora aplicando la hipótesis de inducción a $t'' \to^* u$ y a $t''' \to^* u'$, concluimos que $u = u'$.

Teorema 9 (Terminación de evaluación)

Para todo término t existe una forma normal t' tal que $\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{t}'$.

Demostración: Por inducción sobre la estructura de t.

- $\mathrm{t} = \mathrm{true}$; por el Teorema 5 como true es un valor entonces está en forma normal, lo cual quiere decir que se aplicó la regla de evaluación en cero pasos $\dfrac{}{\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{t}}$.
- $\mathrm{t} = \mathrm{false}$;
- $\mathrm{t} = 0$;
- $\mathrm{t} = \mathrm{if}\ \mathrm{t}_1\ \mathrm{then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3$; aplicando la regla $\dfrac{\mathrm{t} \rightarrow \mathrm{t}'' \quad \mathrm{t}'' \rightarrow^* \mathrm{t}'}{\mathrm{t} \rightarrow^* \mathrm{t}'}$ tenemos tres casos:
  - Si $\mathrm{t}_1 = \mathrm{true}$ entonces por la regla $\textsc{E-IfTrue}$ tenemos que $\mathrm{if\ true\ then}\ \mathrm{t}_2\ \mathrm{else}\ \mathrm{t}_3 \rightarrow \mathrm{t}_2$, pero por hipótesis de inducción $\mathrm{t}_2 \rightarrow^* \mathrm{t}'$, donde t' está en forma normal.

Terminación de evaluación II

- Si $\mathrm{t}_1 = \mathrm{false}$ entonces por la regla E-IFFALSE tenemos que $\mathrm{if\ false\ then\ t_2\ else\ t_3} \rightarrow \mathrm{t}_3$, pero por hipótesis de inducción $\mathrm{t}_3 \rightarrow^* \mathrm{t}'$, donde t' está en forma normal.
- Si $\mathrm{t}_1 \neq \mathrm{true}$ y if $\mathrm{t}_1 \neq \mathrm{false}$ entonces por la regla E-IF tenemos que $\mathrm{if\ t_1\ then\ t_2\ else\ t_3} \rightarrow \mathrm{if\ t_1'\ then\ t_2\ else\ t_3}$, dado que $\mathrm{t}_1 \rightarrow \mathrm{t}_1'$, ahora por hipótesis de inducción $\mathrm{if\ t_1'\ then\ t_2\ else\ t_3} \rightarrow^* \mathrm{t}'$, donde t' está en forma normal.

- $\mathrm{t} = \mathrm{succ\ t_1}$;
- $\mathrm{t} = \mathrm{pred\ t_1}$;
- $\mathrm{t} = \mathrm{iszero\ t_1}$;

Ejercicios

1. Termine la demostración del Teorema 8.
2. Proponga una sintaxis y una semántica para que las demostraciones de los Teoremas 2, 5, 6, 8 y 9 sean completamente correctas.